

**Математическа гимназия „Гео Милев ”**

**гр. Плевен**

**Очно–задочна  
математическа школа**

**4 клас**

**2016 г.**

За да осигури възможност за развитие на малки ученици – млади таланти от град Плевен, традиционно и тази учебна година МГ „Гео Милев“ организира очно-задочна математическа школа (ОЗМШ) в IV клас.

Тя ще се проведе в **два кръга** – един задочен и един очен.

На **задочния кръг** на участниците се предоставя четиво, съдържащо решени задачи (илюстриращи дадена тема или идея), задачи за упражнение по темата, примерен тест за упражнение и конкурсни задачи.

**Решенията на конкурсните задачи от задочния кръг** могат да бъдат изпратени или донесени в канцеларията на МГ „Гео Милев“ до **20. 05. 2016г.** Учениците, които най-добре са решили и **описали** конкурсните задачи от задочния кръг, ще бъдат допуснати до очния кръг.

**Очният кръг** ще се проведе на 29. 05. 2016 година, 9.00 часа. Състезателната тема ще включва: мини-тест от 5 въпроса с избираем отговор, подобни на тези в „Примерен тест за упражнение“ от четивото, и още три задачи за подробно решение, една от които по темата, разгледана в четивото от задочния кръг.

Най-добре представилите се четвъртокласници ще бъдат наблюдавани и подпомагани в развитието си от учителите по математика от Математическата гимназия.

Предлагаме ви темата **на задочния кръг**.

**Само решенията на конкурсните задачи**, оформени на листове, изпращайте (или донесете) до **20. 05. 2016г.** на адрес:

**Математическа гимназия „Гео Милев“**

**жк. „Сторгозия“**

**гр. Плевен, п.к. 5802**

Не забравяйте да посочите **трите си имена, домашен адрес и телефон за връзка**.

## Вълшебна приказка за редици от цифри

Пролетното слънце топло огряваше Мишо. Той се подготвяше за състезание. Пред него имаше лист с няколко задачи. Опита първата - поредни цифри, не я разбра; погледна втората - същата, каква е разликата - не осмисли; прескочи няколко и се спря на последната. Опита разсеяно, погледна прозореца, нещо се замечта и неусетно положи глава...

Юнак Мишо беше в приказан замък и търсеше вълшебния ключ на знанието. За да го достигне, трябваше да отвори чрез верни отговори 7 врати, всяка от които го посрещаше със своята загадка.

**Врата №1.** Естественото число А има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делимо на 23. Кое е най-голямото такова число А?

Юнак Мишо се замисли:

–Кои са двуцифрените числа, които се делят на 23? Ще ги образувам така: 23.1, 23.2, 23.3, 23.4, 23.5=115 не е двуцифрено.

Той написа: 23, 46, 69, 92.

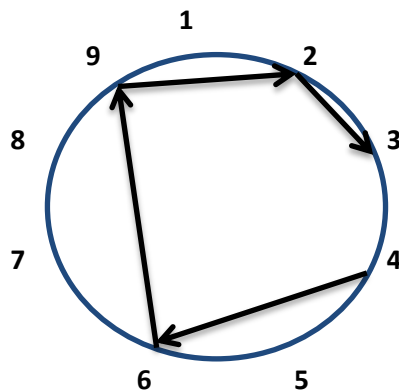
–Дали да започна от 9? Или с ...?

Изведнъж се появи приказната фея (защо ли това лице ми е много познато и тази показалка, но да не се отклоняваме). Докосна листа на Мишо с вълшебната си пръчица и рече:

– Свържи ги със стрелки и виж! – На листа се появи кръг и около него цифрите от 1 до 9.

Мишо свърза със стрелки: 2→3, 4→6, 6→9, 9→2.

Той забеляза, че участват 5 различни цифри, тогава най-голямото число може да има най-много 5 цифри. Стрелките показват единствената възможност да ги наредим всички.

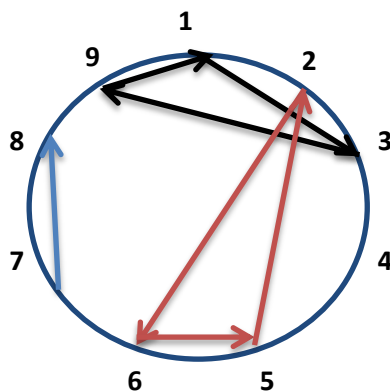


Отговорът е: А = **46923**

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №2.** Естественото число В има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делимо на 13. Кое е най-голямото такова число В, което има различни цифри?

Юнак Мишо написа: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91. Направи кръг и свърза със стрелки: 1→3, 2→6, 3→9, 5→2, 6→5, 7→8, 9→1. Стрелките оформиха три групи без общи цифри. Цифрите 7 и 8 могат да участват само в двуцифреното число 78. Той забеляза, че без да се повтарят цифрите, най-дългото число може да е най-много трицифрено. Имаше да избира най-голямото от възможните трицифрени числа: **139, 391, 913, 265, 652, 526.**



Отговорът е: В = **913**

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №3.** Естественото число С има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делимо се на 13. Ако числото С има 2018 цифри и цифрата на единиците му е 1, с коя цифра започва то?

Юнак Мишо веднага забеляза, че тук ще трябва да се повтарят много пъти групите, които откри в предходната загадка: 1391391... и 652652.... Цифрата 1 не участва във втората, така че търсеното число ще се получи от първата група. Само трябва да отговори на въпроса: Колко цели групи от по 3 цифри ще участват в това 2018-цифрено число?  
 $2018:3=672$  (ост.2)

Последната цифра по условие е 1, тогава групата 391 е написана 672 пъти, а пред тях има две цифри 9 и 1.  $S=91\ 391\ 391\ \dots\ 391$

Отговорът е: Числото С започва с първа цифра **9**.

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №4.** Естественото число D има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делимо се на 19 или 21. Ако числото D има 2019 цифри и цифрата на единиците му е 6, с коя цифра започва то?

Юнак Мишо се замисли:

– Тук има две числа! Дали ще стане пак?

Погледна към приказната фея, но тя само се усмихваше, това го обнадежди и той опита.

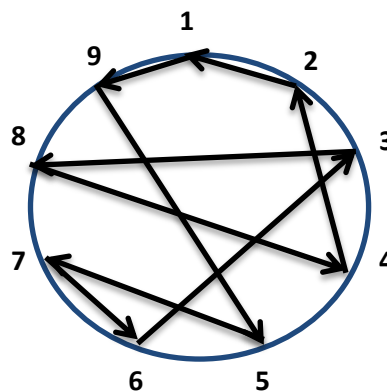
Мишо написа: 19, 38, 57, 76, 95; 21, 42, 63, 84, 95, направи кръг и свърза със стрелки. Той забеляза, че към всяка от цифрите влиза точно една стрелка и точно една излиза. От която и цифра да се започне, ще може последователно да се премине през всички.

$2019:9=224$  (ост.3)

Последната цифра трябва да е 6.

Групата  $3 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 6$  трябва да се повтори точно 224 пъти, а отпред ще стоят последните 3 цифри от групата.

$D=576\ 384219576\ \dots\ 384219576$



Отговорът е: Числото D започва с първа цифра **5**.

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №5.** Естественото число E има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делимо се на 17 или 23. Ако числото E има 2013 цифри и започва с цифрата 6, какви са всички възможности за цифрата на единиците му?

Вече уверено юнак Мишо написа:

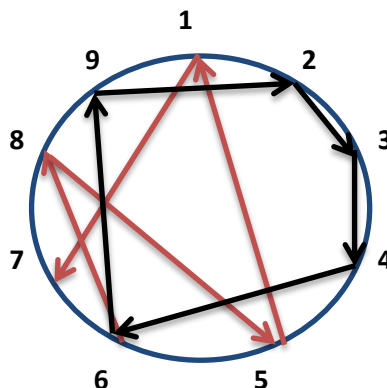
17, 34, 51, 68, 85; 23, 46, 69, 92, направи кръг и свърза със стрелки. Той проследи стрелките и забеляза, че редицата  $6 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$  може да се появи само 1 път и то на края на числото, докато групата  $6 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$  може да се повтаря колкото е нужно пъти. Колко точно ?

$2013:5=402$  (ост.3)

Групата 69234 ще се участва 402 пъти.

За последните 3 цифри има две възможности:

**692** или **685**.



Отговорът е: Числото E може да завършва на **2** или **5**.

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №6.** Естественото число М има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват **различно** двуцифрено число, делящо се на 13 или 23. Кое е **най-голямото** такова число М ?

Юнак Мишо се усмихна и написа: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91; 23, 46, 69, 92, направи кръг и свърза със стрелки. Получиха се 11 стрелки. Мишо огледа и се замисли: „Тук има нещо различно, но какво?“

–Чети условието внимателно няколко пъти! – Рече приказната фея и подчерта няколко думи с вълшебната си пръчица.

Мишо прочете отново и отново, и откри:

– **Различните двуцифрени числа отговарят на различни стрелки. Различните двуцифрени числа могат да участват най-много по един път! По всяка стрелка мога да минавам най-много един път! Цифрите мога да използвам и повече от един път! – Той проследи стрелките и направи важни наблюдения и изводи:**

- Цифрите 7 и 8 могат да участват само в двуцифреното число 78, а се търси най-голямо, има с повече цифри – тогава няма да използвам 7 и 8.

- Останаха 10 стрелки, тогава търсеното число може да има най-много 11 цифри! Възможно ли е да се мине по всички стрелки по един път?

- От цифрата 4 само излиза стрелка, тогава **4** може да е само **начало**.

- За цифрите 1, 2, 5, 6 и 9 имаме, че броят на влизащите стрелки е равен на броя излизащите. Там може да се влезе и после да се излезе.

- При цифрата 3 има две влизащи и една излизаща стрелка. Тогава там последно може да се влезе за втори път и **3** да е **край**.

- Могат да се съставят няколко числа, отговарящи на условието, с 11 цифри.

– Хайде заедно да намерим най-голямото от тях – подкрепи го приказната фея.–

Щом трябва да включим всички, стрелките показват, че трябва да започнем с 4→6, сега може към 9 или 5. Ако с 9 успеем да съставим число с 11 цифри, то ще е по-голямо от такова с цифра 5 на тази позиция. Да опитаме 4→6→9!

– Сега от 1 и 2 ще избира да опитам с 2 – смело продължи Мишо – от 6 и 3 ще избира да опитам с 6, а останалите сами се подредиха по посоката на стрелките. Подредих ги: 4→6→9→2→6→5→2→3→9→1→3 – край.

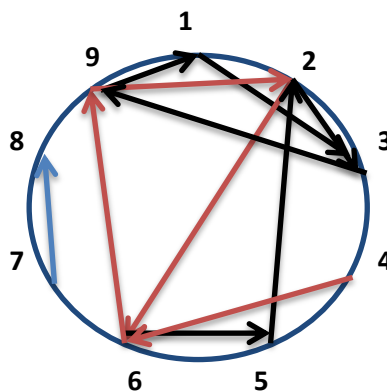
Така се получи най-голямото 11-цифрено число, което отговаря на условието.

Отговорът е: М = **46926523913**

Вратата мигом се отвори и Мишо продължи нататък, докато стигна до

**Врата №7.** Естественото число Р има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват различно двуцифрено число, делящо се на 17 или 28. Кое е **най-голямото** такова число Р?

Юнак Мишо уверено написа: 17, 34, 51, 68, 85; 28, 56, 84, направи кръг и свърза със стрелки. Той веднага забеляза, че не може да се мине по всичките 8 стрелки.



- Ясно е, че  $3 \rightarrow 4$  няма да се използва, защото участва само в двуцифреното число 34.
- За начало може да се използва 2, защото има само излизаща стрелка, или 5, защото има две излизащи и една влизаща стрелка.
- За края на числото може да се използва или  $8 \rightarrow 4$ , или  $5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$ . Не могат да участват едновременно.
- Търсеното число има не повече от 7 цифри.
- Ще проверявам всички възможности.

С начало 2:  $2 \rightarrow 8 \rightarrow 4$  – трицифрено число;

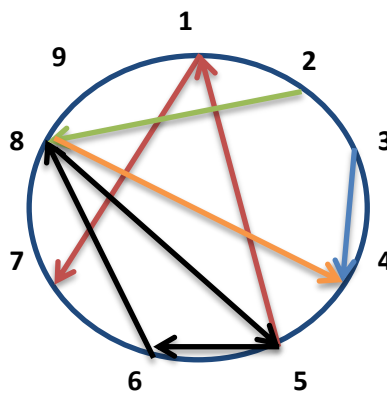
$2 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$  – петцифрено число;

$2 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 4$  – шестцифрено число.

С начало 5:  $5 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$  – шестцифрено число.

От двете шестцифрени числа по-голямото е търсеното.

Отговорът е:  $P = 568517$



Ура! Последната врата мигом се отвори. Мишо се втурна към вълшебния ключ, ... и се събуди. Погледна задачите пред себе си и откри:

– Вече всичко ми е ясно. Чета внимателно няколко пъти условието, подреждам цифрите около кръг, за да ги виждам, свързвам със стрелки и проследявам всички възможности.

Време е да опитате и вие:

### Задачи за упражнение по темата

**Задача 1.** Естественото число  $A$  има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делящо се на 17 или 28.

а) Кое е най-голямото такова число  $A$ , което има различни цифри?

Отговор: 68517

б) Ако числото  $A$  има 2016 цифри и започва с 5, какви са възможностите за цифрата на единиците му?

Отговор: 7 или 8

**Задача 2.** Естественото число  $A$  има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делящо се на 17 или 23. Ако числото  $A$  има 2016 цифри и има цифра на единиците 1, коя е първата му цифра?

Отговор: 3

**Задача 3.** Естественото число  $B$  има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делящо се на 13 или 27.

Кое е най-голямото такова число  $B$ , което има различни цифри?

Отговор: 65278139

**Задача 4.** Естественото число  $C$  има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват различно двуцифрено число, делящо се на 13 или 27. Кое е най-голямото такова число  $C$  ?

Отговор: 2652781391

## Примерен тест за упражнение

**Задача 1.** Стойността на израза  $8192:8 - 7.(47.9 - 2.47):47$  е равна на:

- А) 7119                      Б) 975                      В) 75                      Г) 56994

**Задача 2.** Дължината на правоъгълник е 4 пъти по-голяма от ширината му, а обиколката му е 30 см. Лицето на този правоъгълник е равно на лицето на квадрат. Колко е страната на този квадрат?

- А) 2 см                      Б) 4 см                      В) 6 см                      Г) 9 см

**Задача 3.** Аз съм на 37 години, синът ми е на 3 години, а дъщеря ми е на 11 години. На колко години ще бъде синът ми, когато сборът от годините на трима ни стане 72 ?

- А) 21                      Б) 18                      В) 10                      Г) 7

**Задача 4.** Баба Марта направила 95 мартеници. Подредила ги в 20 кутии. В някои кутии сложила по 4 броя, а в останалите - по 7 броя. Броят на кутиите с по 4 мартеници е:

- А) 15                      Б) 12                      В) 8                      Г) 5

**Задача 5.** Петър иска да купи няколко еднакви топки. Ако купи 5 топки, ще му останат 10 лева. За 7 топки не му достигат 22 лева. Колко лева струва една такава топка?

- А) 32                      Б) 18                      В) 16                      Г) 11

**Задача 6.** Ако  $a \times b = a.b - 8$ , то  $(3 \times 4) \times 5$  е:

- А) 52                      Б) 7                      В) 20                      Г) 12

**Задача 7.** Ани, Боби, Валя и Галя имат по една панделка, всяка с различен цвят – жълт, бяла, син и червен. Панделките на Ани и Боби не са нито жълта, нито бяла. Червената не е на Ани, а жълтата не е на Галя. Червената е на:

- А) Ани                      Б) Боби                      В) Валя                      Г) Галя

**Задача 8.** Ако 4 шивачи за 4 дни ушиват 4 костюма, то 10 шивачи за 10 дни колко костюма ще ушият?

- А) 25                      Б) 48                      В) 10                      Г) 100

**Задача 9.** Числото А е най-голямото четирицифрено число с различни цифри, което има сбор от цифрите си 17. Числото В е най-малкото четирицифрено число, което има произведение от цифрите си 6. Разликата на А и В е:

- А) 8594                      Б) 8505                      В) 8587                      Г) 8498

**Задача 10.** Мама сложи сладки в чиния. Мими взе третинката от всички и още една сладка, след нея Поли взе третинката от останалите, след нея Тони взе половината от останалите и остави за мама 5 сладки. Колко са били сладките в началото?

- А) 18                      Б) 27                      В) 21                      Г) 24

## Конкурсни задачи

### за задочен кръг на ОЗМШ-2016 година

**Задача 1.** Естественото число  $A$  има свойството, че всеки две поредни негови цифри образуват двуцифрено число, делящо се на 19 или 23.

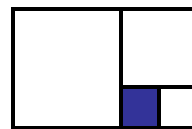
- Кое е най-голямото такова число  $A$ , което има различни цифри?
- Ако числото  $A$  има 2016 цифри и започва с 4, какви са възможностите за цифрата на единиците му?

**Задача 2.** В магазин има три цвята тениски, които общо са 101. Сините тениски са 3 пъти повече от жълтите, а белите тениски са с 4 по-малко от жълтите.

- По колко тениски има от всеки цвят?
- Тениските се продават само опаковани в пакети по 2 броя и по 3 броя. По колко броя от всеки вид пакети трябва да вземе госпожа Иванова, за да купи 19 тениски? Намерете всички възможности.

**Задача 3.** Сашо има правоъгълник, който е сглобен от 4 квадрата.

- Ако лицето на оцветеното квадратче е 64 кв. см, намерете обиколката на големия правоъгълник.
- Ако обиколката на големия правоъгълник е 80 см, намерете лицето му.



**Задача 4.** Георги съставя само с цифрите 0,1,2,4 и 6 нечетни петцифрени числа. Всяка от цифрите участва във всяко такова число точно по един път.

- Колко са всички такива числа? Колко от тях имат цифра на десетохилядите 6?
- Георги ги номерирал по големина във възходящ ред и най-малкото е №1. Кое число е №9 ?

**ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!**

**НЕ ЗАБРАВЯЙТЕ КРАЙНИЯ СРОК!**