

Математическа гимназия „Гео Милев ”

гр. Плевен

**Очно–задочна
математическа школа**

4 клас

2014 г.

За да осигури възможност за развитие на малки ученици – млади таланти от град Плевен, традиционно и тази учебна година МГ „Гео Милев“ организира очно-задочна математическа школа (ОЗМШ) в IV клас. Тя ще се проведе в **два кръга** – един задочен и един очен.

В **задочния кръг** на участниците се предоставя четиво, съдържащо решени задачи (илюстриращи дадена тема или идея), задачи за упражнение по темата, примерен тест за упражнение и конкурсни задачи.

Решенията на конкурните задачи от задочния кръг могат да бъдат изпратени или донесени в МГ „Гео Милев“ **до 30.04.2014г.** Учениците, които най-добре са решили и описали конкурсните задачи от задочния кръг, ще бъдат допуснати до очния кръг.

Очният кръг ще се проведе на 03.06.2014 година. Състезателната тема ще включва: мини-тест от 5 въпроса с избираем отговор, подобни на тези в „Примерен тест за упражнение“ от четивото, и още три задачи за подробно решение, една от които по темата, разгледана в четивото от задочния кръг.

Най-добре представилите се четвъртокласници ще бъдат наблюдавани и подпомагани в развитието си от учителите по математика от Математическата гимназия.

Предлагаме ви темата **на задочния кръг**.

Само решенията на конкурсните задачи, оформени на листове, изпращайте (или донесете) **до 30.04.2014 г.** на адрес:

Математическа гимназия „Гео Милев“

жк. „Сторгозия“

гр. Плевен, п.к. 5802

Не забравяйте да посочите **трите си имена, домашен адрес и телефон за връзка**.

Предизвикателствата на Моливко

С този малък куплет
Ви отправям привет
И отварям торбичка
Със задачи и боички

Здравейте приятели,

Сигурно се чудите какви ли задачи крие Моливко в торбичката. Съвсем скоро ще разберете, но първо се пригответе и вие с тетрадки и цветни моливи.

1 задача: Числата 2, 3, 4, 5, 6 и 7 са оцветени в червено и зелено като 3 е оцветено в червено. Известно е, че всички червени числа имат произведение, което е двуцифрено число с цифра на единиците 4. В какъв цвят е числото 6?

Решение: Тъй като числото 3 е червено, то останалите червени числа имат произведение, което завършва на 8. Възможностите са 8, 18 и 28, тъй като при по-големи числа, произведението с 3 ще бъде вече трицифрено. Ако допуснем, че числото 6 е червено, то 6 ще участва в произведението. От посочените възможности само 18 е произведение на 3 и 6, но числото 3 вече е преброено веднъж и не може да участва втори път в произведението на червените числа. Следователно за числото 6 „няма шанс“ да бъде червено. Със сигурност числото 6 е зелено. Друго зелено число е 5. Отговорете си защо. В редицката отдолу Моливко е показал възможните оцветявания на числата.

2, 3, 4, 5, 6, 7 или 2, 3, 4, 5, 6, 7

2 задача: Числата 2, 3, 5, 7, 9, 11 и 13 са оцветени в два цвята - оранжево и лилаво. Известно е, че числата 3 и 13 са в различни цветове и произведението на лилавите числа е трицифрено число с цифра на единиците 2. Възможно ли е числата 11 и 13 да са оцветени в един и същи цвят?

Решение: От условието е ясно, че произведението на лилавите числа е четно число, следователно числото 2 е лилаво. Произведението на останалите лилави числа завършва или на 1, или на 6. Тъй като, освен числото 2, сред посочените няма друго четно число, то останалите лилави числа ще имат произведение, което завършва на 1. Това гарантира, че числото 5 е оранжево.

Нека числото 3 е лилаво число, а числото 13 е оранжево. От останалите кандидати за лилави числа (7, 9 и 11) само 7 и 11 могат да участват в произведението, така че резултатът да отговаря на условието. За да бъде произведението трицифрено число, то и 7, и 11 са лилави.

В този случай Моливко оцвети числата така: 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13.

Нека сега числото 3 е оранжево, а числото 13 е лилаво. Произведението отново трябва да завършва на 1. Това води до заключението, че 7 със сигурност е лилаво, а 11 е само кандидат за лилаво число.

Да допуснем, че 11 е лилаво. Тогава произведението на всички лилави числа е $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 2002$, което не отговаря на условието да е трицифрено число. Така 11 отпада от списъка на лилавите числа.

Моливко оцвети за вас и този случай: 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13.

Тогава отговорът е: числата 11 и 13 са оцветени в различни цветове.

3 задача: Числата 1, 2, 3, 4, 5, 6 са оцветени в три цвята. Възможно ли е винаги когато изберем от тях две еднакво оцветени, разликата им да е в същия цвят?

Решение: Достатъчно е да покажем оцветяване, в което искането в задачата не е изпълнено. Такова оцветяване е например: числата 1 и 6 в един цвят, 2 и 5 в друг, а 3 и 4 в третия цвят, т.е. : 1, 2, 3, 4, 5, 6

4 задача: Числата от 1 до 2014 са оцветени в два цвята - син и червен. Известно е, че са изпълнени едновременно следните две условия:

1) ако числото x е червено, то и $x+6$ е червено;

2) ако y е синьо, то и $y+15$ е синьо.

Възможно ли е точно 1007 от числата да са червени?

Решение: Ще докажем, че винаги числата a и $a+3$ са едноцветни.

Да допуснем, че a е червено и $a+3$ е синьо. Червени ще бъдат числата $a+6$, $(a+6)+6=a+12$, $(a+12)+6=a+18$. От това, че $a+3$ е синьо следва, че е синьо и $(a+3)+15=a+18$. Така числото $a+18$ трябва да е оцветено едновременно в синьо и в червено. Това е невъзможно.

Да допуснем, че a е синьо и $a+3$ е червено. Тогава числото $a+15$ е синьо. Червени ще са числата $a+3$, $(a+3)+6=a+9$, $(a+9)+6=a+15$. Отново стигаме до невъзможна ситуация – числото $a+15$ да е оцветено едновременно и в червено, и в синьо.

Следователно числата a и $a+3$ са еднакво оцветени.

Нека числата от 1 до 2014 да разделим на 3 групи. В първата група ще поставим числата 1, 4, 7, 10, ... 2011, 2014 (през 3), за втората група ще изберем числата 2, 5, 8, ... 2012, а за третата остават числата 3, 6, 9, ... 2013. Според доказаното, във всяка група числата са еднакво оцветени. В първата група попадат 672 числа(защо?), а във втората и третата има по 671 числа. Тъй като имаме два цвята и три групи, то две от групите са оцветени в един и същи цвят. Но общия брой числа в две групи е различен от 1007. Доказахме, че НЕ е възможно точно 1007 от числата да са едноцветни.

Моливко ви предизвиква със следните задачи

1 задача: Колко най-много последователни числа, започвайки от 2, можем да оцветим в три цвята така, че да са изпълнени едновременно условията:

- 1) цветовете да са използвани поне по веднъж ;
- 2) ако **a** и **b** са едноцветни, то **a+b** е в същия цвят;
- 3) ако **a** и **b** са разноцветни ,то **a+b** е в третия цвят?

Отг.: 6

2 задача: Числата от 2 до 12 са оцветени в няколко цвята като е изпълнено следното условие: ако числото **a** е в даден цвят, то и числата, на които се дели, са в същия цвят. Колко цвята най-много са употребени?

Моливко ви съветва: Започнете от числото 12 и изберете цвят за него. Какво следва за числата 2, 3, 4, 6. Направете след това извод за 10, 9, 8.

Отг.: 3

3 задача: Числата 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 са оцветени в два цвята - розов и жълт. Известно е, че 5 и 10 са в различни цветове, а произведението на розовите числа е трицифрено число, на което цифрата на стотиците е равна на сбора на цифрата на десетиците и цифрата на единиците. Намерете произведението на розовите числа

Моливко ви съветва: Установете, че произведението на розовите числа не завършва на 0. В противен случай в произведението трябва да участва и числото 11, а то не е сред дадените. От тук следва извода, че 5 е розово, а останалите розови числа са нечетни.

Отг.: 945

*За срещи нови
бъдете готови
Но да подостря връхче
прибирам се в къщи*

Ваш Моливко

Примерен тест за упражнение

1. Намерете неизвестното число x от равенството $(305-25:5) \cdot 2 = 3 \cdot x$

А) 24 Б) 180 В) 200 Г) 50

2. С цифрите 0, 5 и 8 са съставени най-голямото и най-малкото трицифрени числа с различни цифри. Разликата на тези числа е:

А) 358 Б) 342 В) 270 Г) 225

3. Лили имала две панделки. Едната разрязала с 3 разрязвания на парчета по 20 см, а другата – с 10 разрязвания на парчета по 5 см. С колко сантиметра едната панделка е била по-дълга от другата?

А) 15 Б) 25 В) 20 Г) 10

4. Зайко всеки ден изяжда по един морков повече от предишния ден. Ако за 9 дни е изял 72 моркова, колко е изял Зайко на седмия ден?

А) 12 Б) 10 В) 6 Г) 4

5. За номерирането на страниците на една книга са използвани 1182 цифри. Колко страници има книгата?

А) 230 Б) 403 В) 430 Г) 423

6. Ако $a \cdot b = 5 \cdot a - b$, на колко е равна стойността на израза $(5 \cdot 5) \cdot 5$?

А) 125 Б) 95 В) 20 Г) 1

7. Пет деца за 2 часа изяждат 10 шоколада. Колко шоколада могат да изядат 25 деца за 3 часа?

А) 50 Б) 25 В) 75 Г) 100

8. Ако две срещуположни страни на квадрат увеличим с по 5 см, а другите две срещуположни страни увеличим с по 2 см, ще получим правоъгълник с обиколка 30 см. Страната на дадения квадрат е:

А) 6 см Б) 8 см В) 15 см Г) 4 см

9. Слон и носорог тежат общо 877 кг, слон и магаре тежат общо 713 кг, а носорог и магаре – 290 кг. Колко тежат 9 магарета и 4 носорога?

А) 1650 Б) 1475 В) 1300 Г) 1590

10. Ако $160 : x$ дава частно 12 и остатък 4, то разликата $113 - x$ е равна на:

А) 99 Б) 13 В) 100 Г) 101

Конкурсни задачи

за задочен кръг на ОЗМШ-2014 година

1 задача: Числата от 2 до 8 са оцветени в синьо и червено, като 3 и 7 са в различни цветове. Произведението на всички червени числа е трицифрено число с цифра на единиците 2. В кой цвят е оцветено числото 8? Намерете всички различни оцветявания, които отговарят на условията!

2 задача : Яни и Дани са близнаци, а Мими е тяхна сестра, която е с две години по-малка от тях. Преди три години майка им е била три пъти по-възрастна от Мими. На колко години е всеки от тях сега, ако сборът от годините им е 100?

3 задача: Разделете числата 1, 2, 3, ... 20 на три групи, така че да са изпълнени следните условия:

- 1) сумите на числата в групите са три последователни числа
- 2) всеки две последователни числа са в различни групи

4 задача: Квадрат ABCD е разделен на правоъгълниците ABMN, NMPQ и QPCD. Периметрите на тези правоъгълници, измерени в сантиметри, съответно са 24, 30 и 26. Да се намери обиколката на квадрата ABCD.

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!

НЕ ЗАБРАВЯЙТЕ КРАЙНИЯ СРОК!